

ALGORITM SI PROGRAM DE CALCUL PENTRU DETERMINAREA SECTIUNII DE ÎNCASTRARE A DINTELUI EVOLVENTIC ASIMETRIC

Flavia CHIRA, Mihai BANICA

Universitatea de Nord din Baia Mare, e-mail: chira_flavia@yahoo.com

Keywords: spur gears, involute teeth, asymmetric profiles,

Abstract: The paper presents an algorithm and calculus program, for calculating the maximum cross section of the tooth of spur gears with asymmetric involute teeth. The paper offers the results of the analysis on the variation of the maximum cross section with the coefficient of asymmetry. The cross section is necessary for to determine the tensile and compresive stress on the root of the asymmetric tooth.

1. INTRODUCERE

Rotile dintate asimetrice sunt roti evolventice care au cercuri de baza diferite pentru evolventele care limiteaza corpul dintelui (d_{ba}, d_{bi}), unghiurile de angrenare pe cele doua flancuri fiind diferite (α_a, α_i). Gradul de asimetrie al dintelui se exprima prin coeficientul de asimetrie, egal cu raportul diametrelor cercurilor de baza ale profilului inactiv si profilului activ [3],[4]:

$$k = d_{ba} / d_{bi} \quad (1)$$

Dintele rotii nu mai este simetric fata de raza ce trece prin punctul de intersectie al celor doua evolvente, cu cercuri de baza diferite, care limiteaza corpul dintelui, raza care, la danturile obisnuite, este axa de simetrie a dintelui. Utilizarea dintilor asimetrici permite cresterea capacitatii de încărcare si reducerea greutatii, zgomotului si vibratiilor

Vom nota elementele referitoare la profilul activ cu indicele (a) si elementele referitoare la profilul inactiv cu indicele (i).

Analiza solicitarii dintelui se face considerând dintele o grinda cu sectiune variabila, încastrata în coroana rotii dintate

Determinarea sectiunii de încastrare a dintelui este o problema controversata chiar si la rotile cu dantura simetrica, existând în literatura de specialitate mai multe teorii dintre care nici una nu poate fi aplicata la rotile asimetrice.

Dupa O'Donell [1] dimensiunea sectiunii de încastrare, în planul frontal al rotii, este:

$$S_{inc} = S_u + 0,75(S_f - S_u) \quad (2)$$

în care S_u este coarda dintelui corespunzatoare punctului de început al profilului evolventic, iar S_f este coarda dintelui pe cercul de fund. La rotile asimetrice $S_{ui} \neq S_{ua}$ deci relatia nu este utilizabila (fig.1).

Sectiunea de încastrare S_{inc} determinata de punctele situate la jumatatea distantei dintre punctele de tangenta cu cercul de fund si punctele de intersectie ale profilurilor evolventice cu acelasi cerc, propusa în [1] este de asemenea dificil de aplicat. Punctele care limiteaza aceasta sectiune nu se gasesc pe profilurile dintelui.

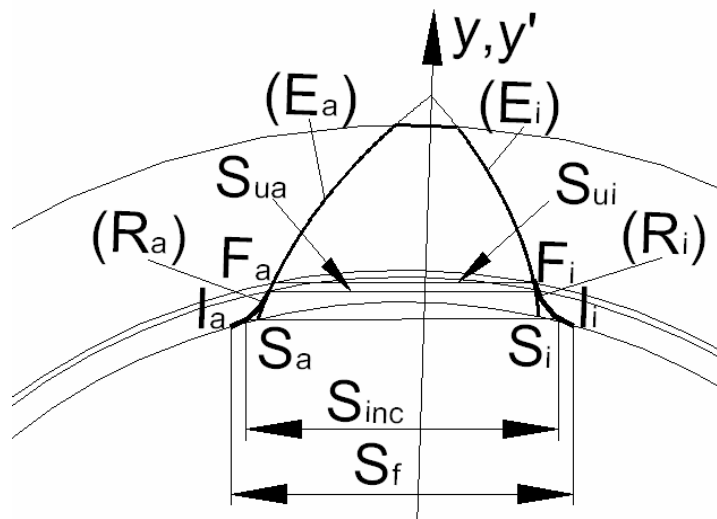


Fig. 1 Metode de determinare a secțiunii de încastrare

Din studiul metodelor propuse, pentru roți cu dinți simetrici prezentate comparativ în lucrarea [1] se poate constata că secțiunea de încastrare se găsește în zona profilului de racord la aproximativ o treime din unghiul dintre razele corespunzătoare punctelor extreme ale profilului de racord, în raport cu punctul de tangență cu cercul de fund. Acest lucru este confirmat și de cercetările fotoelastice asupra stării de tensiune în dinții roților dinate [1].

Pornind de la această observație, în continuare propun o metodă de determinare a secțiunii de încastrare (fig. 2) pentru dinți asimetrici.

2. DETERMINAREA SECȚIUNII DE ÎNCASTRARE

Metoda de calcul utilizează ecuațiile [2] profilurilor evolventice (E_a) , (E_i) și a profilurilor de racord (R_a) , (R_i) în raport cu sistemele de axe prezentate în figura 2.

Notăm cu S_a respectiv S_i punctele de pe cele două profiluri de racord care delimitează secțiunea de încastrare.

Unghiul ν_a rezulta din coordonatele punctului F_a față de reperul $x_{2a}Oy_{2a}$:

$$\nu_a = \arctan\left(\frac{x_{2a}^{F_a}}{y_{2a}^{F_a}}\right). \quad (3)$$

Coordonatele punctului I_a , în raport cu reperul xOy determină unghiul dintre razele ce limitează întregul profil activ al dintelui:

$$\mu_{Ia} = \arctan\frac{x_{Ia}}{y_{Ia}} = \mu_a. \quad (4)$$

Panta dreptei (D_a) care face cu raza OI_a unghiul $\nu_a/3$ este determinată de unghiul:

$$\mu_{Sa} = \mu_a - \frac{\nu_a}{3}. \quad (5)$$

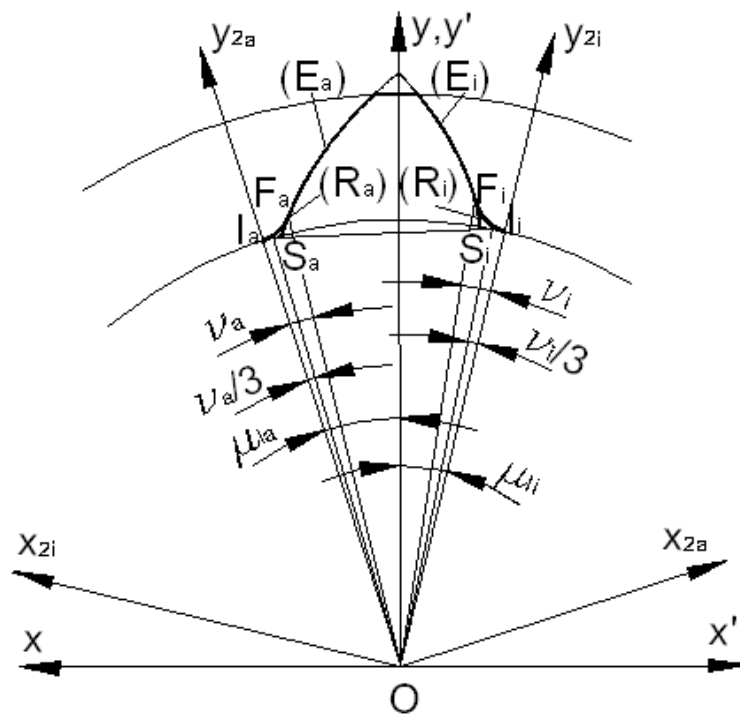


Fig. 2 Sectiunea de încastrare a dintelui asimetric

Ecuatia dreptei (D_a) în sistemul xOy este:

$$x = y \tan \mu_{S_a}. \quad (6)$$

Punctul S_a se gaseste la intersectia profilului de racord (R_a) cu dreapta (D_a) :

$$(R_a) \cap (D_a) \Rightarrow (x_{S_a}, y_{S_a}) \quad (7)$$

Consideram ca punctele S_a, S_i se gasesc pe un cerc cu centrul în O . Raza acestuia notata cu r_{inc} se determina cu relatia:

$$r_{inc} = \sqrt{x_{S_a}^2 + y_{S_a}^2}. \quad (8)$$

Ecuatia cercului (C_{inc}) cu centrul în O si de raza r_{inc} în raport cu sistemul de axe $x'Oy'$ este:

$$(x')^2 + (y')^2 = r_{inc}^2. \quad (9)$$

Coordonatele punctului S_i rezulta din:

$$(C_{inc}) \cap (R_i) \Rightarrow (x_{S_i}, y_{S_i}) \quad (10)$$

Sectiunea de încastrare dreptunghiulara, va avea una din dimensiuni egala cu latimea b a rotii, iar a doua dimensiune egala cu :

$$\overline{S_a S_i} = \sqrt{(x_{S_a} + x'_{S_i})^2 + (y_{S_a} - y'_{S_i})^2} = h. \quad (11)$$

3. VARIATIA CARACTERISTICILOR GEOMETRICE ALE SECTIUNII DE ÎNCASTRARE ÎN FUNCTIE COEFICIENTUL DE ASIMETRIE.

Sețiunea de încastrare a dintelui intervine în relațiile de calcul ale tensiunilor în sețiunea periculoasă de la baza dintelui, prin caracteristicile ei geometrice, aria și modulul de rezistență axial, determinarea acestora permite definirea unui coeficient de formă al dintelui pentru angrenajele evolventice asimetrice. Variația tensiunii la baza dintelui este în strânsă legătură cu variația acestor caracteristici geometrice.

Programul scris în Matlab, pe baza algoritmului prezentat, pentru modelarea angrenajelor cilindrice cu dinți asimetrici și studiul variației parametrilor acestora, permite trasarea curbelor de variație a caracteristicilor geometrice ale sețiunii de încastrare a dintelui funcție de modificarea coeficientului de asimetrie al dintelui.

Pentru un angrenaj cu următoarele caracteristici:

- puterea transmisă $P = 18\text{kW}$,
- turația $n = 1000\text{rot/min}$,
- numerele de dinți $z_1 = 20$, $z_2 = 41$,
- distanța axială $a = 120\text{mm}$
- unghiul de angrenare pe flancul inactiv $\alpha_i = 20^\circ$,

alegând pentru unghiul de angrenare pe flancul activ valorile $\alpha_a = [25, 30, 35, 40]$, se obțin angrenaje cu diferiți coeficienți de asimetrie. Marimile corespunzătoare (înălțimea, aria și modulul de rezistență al sețiunii) referitoare la sețiunea de încastrare a dintelui pinionului (1) și roții (2) sunt date în tabelul 1.

Tabelul 1

k	1.03	%	1.08	%	1.14	%	1.22	%
$h_1[\text{mm}]$	9.93	=	10.06	1,03	10.23	3,02	10.39	4,63
$h_2[\text{mm}]$	10.01	=	10.43	4,10	10.80	6,93	11.14	11,28
$A_1[\text{mm}^2]$	357.78	=	362.41	1,29	368.37	2,95	374.07	4,55
$A_2[\text{mm}^2]$	360.56	=	375.69	4,19	389.02	7,89	401.37	11,31
$W_1[\text{mm}^3]$	592.63	=	608.09	2,6	628.23	6,00	647.82	9,31
$W_2[\text{mm}^3]$	601.87	=	653.45	8,56	700.64	16.41	745.85	23,92

Angrenajele cu dinți asimetrici necesită pentru prelucrare cremaliere asimetrice care se proiectează pe baza unor parametri generalizați ai angrenajului.

Generarea pinionului și a roții se poate face cu scule diferite sau se poate impune, din considerente economice generarea cu aceeași cremaliere. Acest lucru, prin intermediul dimensiunilor cremalierei generatoare, influențează dimensiunea sețiunii de încastrare.

Valorile caracteristicilor geometrice ale secțiunii de încastrare la roata, pentru cazul prelucrării roții și pinionului cu aceeași sculă sunt date în tabelul 2.

Tabelul 2

k	1.03	%	1.08	%	1.14	%	1.22	%
$h_2[\text{mm}]$	9.40	=	10.04	6.08	10.56	12.34	11.02	17.23
$A_2[\text{mm}^2]$	338.74	=	361.62	6.75	380.30	12.26	396.92	17.17
$W_2[\text{mm}^3]$	531.23	=	605.42	13.96	669.58	26.04	729.40	37.30

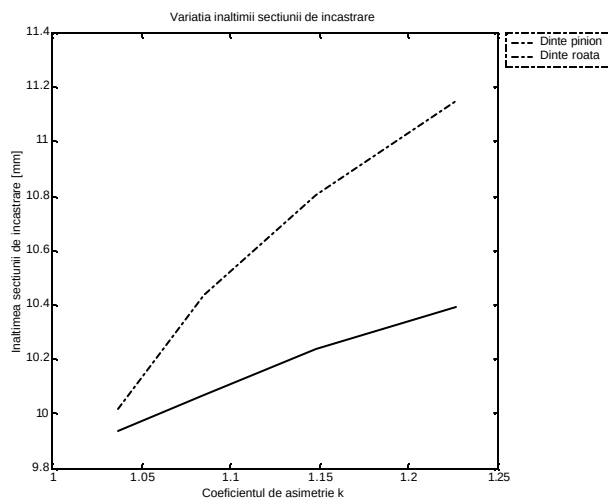


Fig. 3 Variatia dimensiunii secțiunii de încastrare funcție de coeficientul de asimetrie

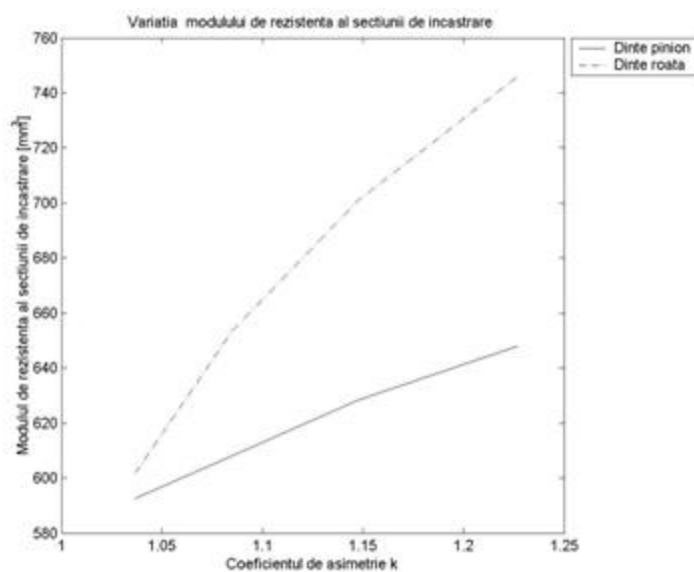


Fig. 4 Variatia modului de rezistență al secțiunii de încastrare funcție de coeficientul de asimetrie

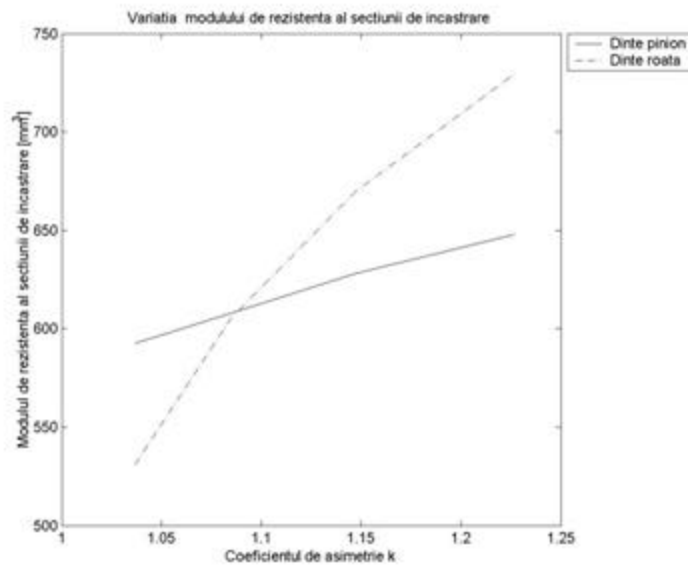


Fig. 5 Variatia modulului de rezistenta al sectiunii de încastrare functie de coeficientul de asimetrie - generarea cu aceeași cremaliera -

4. Concluzii

Utilizarea angrenajelor asimetrice cu valori mari ale coeficientului de asimetrie permite reducerea tensiunilor la baza dintelui prin mărirea caracteristicilor geometrice ale secțiunii de încastrare. Modificări relativ mici ale dimensiunii secțiunii de încastrare duc la modificări semnificative ale modulului de rezistență (în tabele sunt date variațiile în procente în raport cu angrenajul cu dinți simetrici). Dacă prelucrarea roții, din considerente economice, se face cu aceeași sculă cu pinionul, variația caracteristicilor geometrice ale secțiunii dintelui roții este mai mare.

BIBLIOGRAFIE

- [1] Banica, M., Contributii la optimizarea comportarii dinamice a angrenajelor cilindrice cu dinți drepti cu profil evolventic, Teza de doctorat, Universitatea Tehnica Cluj-Napoca, 2005.
- [2] Chira, F., Contributii la studiul transmisiilor cu roți dinate simetrice, Referatul 3 în cadrul doctoraturii, Universitatea de Nord din Baia Mare, 2005.
- [3] DiFrancesco, G., Marini, S., Structural analysis of asymmetrical teeth: reduction of size and weight, Gear Technology 14, 1997.
- [4] Kapelevich, A., L., Geometry and design of involute spur gears with asymmetric teeth, Mechanism and Machine Theory, 35, 2000.
- [5] Popinceanu, N., s.a., Probleme fundamentale ale contactului de rostogolire, Editura Tehnica, Bucuresti, 1985.